**Distribusi Variable**

Q merupakan ukuran yang intensif terhadap suatu kuantitas (per satuan volum) yang merupakan elemen q. Contoh Q sebagai,

1. Densitas sedangkan q dinyatakan sebagai massa (M). ukuran intensif terhadap massa (M) adalah densitas.

dan 

1. Densitas momentum *(ρu*, *ρ v* atau *ρw*)sedangkan q dinyatakan sebagai momentum *(Mu*, *M v* atau *Mw*). Ukuran intensif terhadap momentum didefinisikan sebagai densitas momentum.

dan 

1. Konsentrasi garam *(ρs)* atau konsentrasi air dengan sepasang percampuran *ρ(1-s)* dengan s (salinitas) yaitu, massa garam per satuan massa air laut. q adalah total massa garam sehingga ukuran intensif terhadap total massa garam adalah garam per satuan volum.

dan 

dan 

Perhatikan dasar persegi empat yang sejajar pada gambar dibawah ini.

x

y

z

Qu Δy Δz Δt

A

C

D

B

G

F

E

H

Δx

Δy

Δz

Gambar 2. Flux adveksi dimana suatu properti di arah x

Peningkatan ukuran intensif Q property q dalam volum selama interval waktu dt berkaitan dengan :

1. Difusiproperty kedalam volum oleh terhadap adanya gradient di dalam property.
2. Adveksi property kedalam volum kecepatan fluida.
3. Hasil interaksi property terhadap volum (volum sebagai sumber ataupun penyerap)

**Perubahan intensif property Q terkait difusi**

Q dapat bervariasi dalam volum kontrol (tanpa memperhatikan kecepatan fluida) sebagai hasil difusi selama adanya gradient property. Jika suatu wilayah memiliki konsentrasi zat khusus yang tinggi maka pergerakan acak molekulnya akan menghasilkan transport. Secara statisitik transport terjadi dari wilayah dengan konsentrasi tinggi ke daerah dengan konsentrasi rendah. Dengan memperhatikan dasar persegi empat sejajar dan V (kecepatan fluida) bernilai nol. Fq (x,y,z,t) sebagai transport non-advective property q melalui area unit normal terhadap arah flux.

Untuk sumbu x didapatkan aliran property q memasuki ABCD pada selang waktu dt sebagai :



dengan menggunakan deret Taylor aliran memasuki bidang EFGH adalah



Dengan mengurangkan kedua persamaan tersebut maka didapatkan masukan property arah x pada selang waktu dt yang dirumuskan sebagai berikut :



Dengan cara yang sama untuk arah y dan z didapatkan masukan property sebagai berikut :

 dan 

Dengan menjumlahkan seluruh masukan property untuk arah x, y dan z maka didapatkan masukan property q yang melewati ketiga bidang tersebut pada waktu dt terkait difusi dengan dirumuskan sebagai berikut :



Dengan menggunakan asumsi sebelumnya bahwa ukuran intensif property dapat berubah dalam volum kontrol terkait dengan difusi maka dari persamaan diatas didapatkan.





Penjelasan dari persamaan diatas adalah V = 0, jika laju aliran yang keluar dalam ruang tilik lebih besar daripada laju aliran yang masuk maka di dalam ruang tilik tidak terjadi penambahan jumlah konsentrasi tetapi terjadi pengurangan konsentrasi.

Penjelasan fisis perubahan Q di dalam ruang tilik oleh proses difusi.

Jika 

Gradien konsentrasi Q bernilai negative ke kanan. Hal tersebut mengakibatkan laju aliran bergerak ke kanan. Dengan kondisi diatas maka dapat terjadi beberapa scenario, yaitu



Kondisi 1 terjadi jika selisih antara konsentrasi Q disebelah kiri ruang tilik dengan konsentrasi di ruang tilik lebih besar dibandingkan selisih konsentrasi Q di sebelah kanan ruang tilik dengan ruang tilik. Kondisi 1 menyebabkan terjadinya penambahan konsentrasi Q dalam ruang tilik pada waktu tertentu. Pada kondisi 2 selisih antara konsentrasi Q disebelah kiri ruang tilik dengan konsentrasi di ruang tilik lebih kecil dibandingkan selisih konsentrasi Q di sebelah kanan ruang tilik dengan ruang tilik. Kondisi 2 menyebabkan terjadinya pengurangan konsentrasi Q dalam ruang tilik pada waktu tertentu. Pada kondisi 3 tidak terjadi perubahan konsentrasi Q dalam ruang tilik pada waktu tertentu.

Jika 

Gradient konsentrasi Q bernilai positif kearah kanan. Hal ini mengakibatkan aliran terjadi dari kanan ke kiri. Kondisi tersebut dapat terjadi pada beberapa scenario seperti,



Kondisi 1 terjadi pada saat selisih antara konsentrasi Q disebelah kiri ruang tilik dengan konsentrasi di ruang tilik lebih kecil dibandingkan selisih konsentrasi Q di sebelah kanan ruang tilik dengan ruang tilik. Kondisi 1 menyebabkan terjadinya penambahan konsentrasi Q dalam ruang tilik pada waktu tertentu. Kondisi 2 terjadi pada saat selisih antara konsentrasi Q disebelah kiri ruang tilik dengan konsentrasi di ruang tilik lebih besar dibandingkan selisih konsentrasi Q di sebelah kanan ruang tilik dengan ruang tilik. Kondisi 2 menyebabkan terjadinya pengurangan konsentrasi Q dalam ruang tilik pada waktu tertentu. Pada kondisi 3 tidak terjadi perubahan konsentrasi di dalam ruang tilik.

**Perubahan intensif property Q terhadap adveksi**

Diasumsikan komponen kecepatan fluida dalam sumbu x, y dan z masing-masing adalah u, v dan w. dengan memperhatikan persegi empat dibawah ini maka.

Masukan property q yang melewati bidang ABCD pada waktu dt adalah 

Dengan menggunakan bantuan deret Taylor maka masukan property q yang melewati bidang EFGH pada waktu dt adalah 

Dengan menggunakan kedua persamaan diatas maka selisih masukan property q untuk arah sumbu x pada selang waktu dt adalah,

 atau dalam bentuk lain hasil akhir persamaan diatas dapat ditulis sebagai,



Dengan menggunakan pendekatan yang serupa maka property q untuk arah sumbu y dan z didapatkan sebagai berikut :

Untuk sumbu y



Untuk sumbu z



Penjumlahan dari ketiga persamaan diatas merupakan masukan total property q yang melewati sumbu x, y dan z dalam selang waktu dt terkait dengan proses adveksi.

Jika konsentrasi property pada waktu t dalam volum dinyatakan sebagai  dengan menggunakan deret Taylor maka konsentrasi property pada waktu t+dt dinyatkan sebagai 

Selisih yang didapatkan merupakan peningkatan property q didalam volum pada selang waktu dt yang dirumuskan sebagai berikut :



Dengan menggunakan asumsi bahwa perubahan property q dalam volum hanya disebabkan adveksi maka persamaan masukan total property q dengan peningkatan property q di dalam volum pada selang waktu tertentu dapat disamakan sebagai berikut :



**Perubahan ukuran intensif property Q terkait produksi dalam volum kontrol**

Jika RQ (x,y,z,t) sebanding dengan laju neto produksi property intensif dan persamaan 2-105 ditinjau kembali, tetapi asumsi yang digunkan sekarang adalah perubahan property dapat terjadi melalui produksi di dalam volum maka didapatkan,



Dengan menggunakan criteria sebelumnya, yaitu perubahan Q yang terjadi terkait, adveksi, difusi dan umum maka didapatkan persamaan umum yang dikenal sebagai persamaan distribusi variable,



Jika property yang dikaji bersifat konservatif maka produksi tidak akan terjadi (RQ=0)dan persamaan diatas berubah menjadi,



Persamaan tersebut menyatakan bahwa laju perubahan Q sebanding dengan konvergensi Q terkait adveksi dan difusi. Pada kondisi ini vector flux difusi (FQ) dirumuskan dalam hukum empiris pembentuknya sebagai,



Dengan –KQ sebagai koefisien difusi untuk property khusus yang sedang dikaji.

**Persamaan Kontinyuitas**

Hukum kekekalan massa merupakan dasar dari prinsip kontinyuitas dan ditunjukan secara matematis dengan menggunakan persamaan kontinyuitas. Prinsip kontinyuitasm menyatakan bahwa laju peningkatan massa fluida dalam ruang tertentu harus sama dengan laju perbedaan massa influx dan efflux.

Dengan mengasumsikan air laut sebagai fluida hasil percampuran dua faktor, yaitu garam dan air yang disimbolkan sebagai s dan W. Massa garam dan air masing-masing diasumsikan sebagai Ms dan Mw sehingga,



Dengan n adalah arah keluar unit normal terhadap permukaan A dan volum v. ρs Vs dan ρw Vw merupakan vector flux massa dari garam dan air. kecepatan difusi dari garam dan air dirumuskan sebagai berikut :



Dengan menjumlahkan persamaan 2-123 dan 2-124 didapatkan



Dengan kecepatan fluida didefinisikan sebagai ,



Maka persamaan diatas sebelmunya dapat disederhanakan menjadi,



Laju perubahan massa dalam volum dapat dirumuskan dalam bentuk turunan waktu sebagai,



Pada volum yang tetap persamaan diatas menjadi,



Dengan menggunakan aturan Leibnitz maka persamaan 2-128 dan 2-130 menjadi,





Untuk fluida inkompresible, densitas yang mengikuti pergerakan tidak berubah maka,



Sehingga persamaan kontinyuitas juga berubah menjadi 



**Daftar Pustaka**

Schwind, J.V., (2010). Geophysical Fluid Dynamics for Oceanographers., Prentice-Hall, 307 pages.

Mihardja, D.K., (2012). Diktat Kuliah Geofisika Dinamika Fluida. Institut Teknologi Bandung. Bandung